



UNIVERSIDADE FEDERAL DE RONDÔNIA  
CAMPUS DE JI-PARANÁ  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA AMBIENTAL



## Estatística II

*Profa. Renata Gonçalves Aguiar*

### Situação-problema 3

Suponha que uma indústria tenha feito uma pesquisa de rotina para verificar se a quantidade de poluentes expedidos para a atmosfera estava dentro dos padrões definidos pelo Conama.

2

### Situação-problema 3

Após análises, divulgou que estava poluindo consideravelmente aquém dos padrões determinados para a qualidade do ar. Temos razões para duvidar da legitimidade dessa informação e decidimos testá-la em 70 amostras para verificar a concentração de um dos compostos, o ozônio ( $O_3$ ).

3

### Situação-problema 3

Nos dados divulgados pela indústria a concentração média tinha sido de  $150 \mu\text{g m}^{-3}$  ( $160 \mu\text{g m}^{-3}$  padrão do Conama). Em nossas análises obtemos uma média amostral de  $180 \mu\text{g m}^{-3}$ .

4

### Situação-problema 3

Perguntamos então: qual é a probabilidade de obtermos uma média amostral de  $180 \mu\text{g m}^{-3}$  ou mais se a verdadeira média populacional é de  $150 \mu\text{g m}^{-3}$ ? A indústria terá dito a verdade? Explique.

Considere que o erro padrão da média seja  $14 \mu\text{g m}^{-3}$ .

5

## Distribuição Amostral da Proporção


## Distribuição Amostral de $\bar{p}$

A distribuição de probabilidade para todos os possíveis valores da proporção da amostra é chamado de distribuição amostral de  $\bar{p}$ .

7

## Pesquisas que utilizam $\bar{p}$

Qualificação dos resíduos.




Fonte: culturadigital.br

8

## Pesquisas que utilizam $\bar{p}$

Resíduos gerados em 2015

Panorama dos Resíduos Sólidos no Brasil, realizado pela Associação Brasileira de Empresas de Limpeza Pública e Resíduos Especiais (Abrelpe)



Fonte: Barbosa (2016).


9

## Pesquisas que utilizam $\bar{p}$

64 milhões de toneladas de resíduos gerados

24 milhões t destinos inadequados →  $p = 0,38$

6,2 milhões t sequer foram coletados →  $p = 0,10$



Fonte: Barbosa (2016).

10

## Pesquisas que utilizam $\bar{p}$

Concentração de gases no ar.



Fonte: mariluceg32.br

11

## Composição da Atmosfera

### Gases não-variáveis

Tabela 1 – Gases não variáveis (% em volume de ar seco)

Constituinte	Porcentagem	Partes por Milhão (ppm)
Nitrogênio	78,084	780.000,00
Oxigênio	20,948	209.460,00
Argônio	0,934	9.340,00
Neônio	0,0018	18,00
Hélio	0,00052	5,20
Kriptônio	0,00010	1,00
Hidrogênio	0,00005	0,07
Xenônio	0,000009	0,09

A composição média do ar seco é praticamente constante até cerca de 25 km de altitude.

12

## Composição da Atmosfera

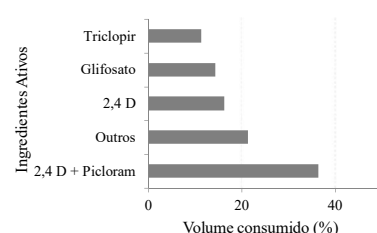
**Gases variáveis**

**Tabela 2 – Gases variáveis**

Constituinte	Porcentagem
Vapor d'água	0 a 7
Dióxido de Carbono (CO <sub>2</sub> )	0,033
Ozônio (O <sub>3</sub> )	0 a 0,01
Dióxido de enxofre (SO <sub>2</sub> )	0 a 0,0001
Dióxido de nitrogênio (NO <sub>2</sub> )	0 a 0,000002

13

## Pesquisas que utilizam $\bar{p}$



**Figura 1 – Volume de defensivo consumido (%) por ingrediente ativo durante o ano de 2013.**  
Fonte: Ramos et al. (2017).

14

## Valor Esperado de $\bar{p}$

É a média de todos os valores possíveis e pode ser expresso como segue:

$$E(\bar{p}) = p$$

$p$  = proporção da população

15

## Desvio Padrão de $\bar{p}$

Depende da população ser finita ou infinita.

População Finita	População Infinita
$\sigma_{\bar{p}} = \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$	$\sigma_{\bar{p}} = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$

$p$  = proporção da população  
 $N$  = tamanho da população  
 $n$  = tamanho da amostra

16

## Desvio Padrão de $\bar{p}$

Seguiremos a mesma regra prática recomendada para a média da amostra. Isto é, se a população é finita e  $n/N \leq 0,05$  usaremos,

$$\sigma_{\bar{p}} = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

17

## Nota

Se o desvio padrão da proporção da população for desconhecido utilizaremos o desvio padrão da proporção da amostra.

18

## Nota

A distribuição amostral de  $\bar{p}$  pode ser aproximada por uma distribuição normal de probabilidade sempre que o tamanho da amostra for grande.

$$n \cdot p \text{ e } n \cdot (1-p) \geq 5$$

19

## Nota

No caso da pequena amostra, a distribuição amostral de  $\bar{p}$  segue a distribuição binomial e por isso a aproximação normal não é aplicável.

20

## Situação-problema 4

A fim de estimar a proporção de estudantes de determinado *campus* de uma universidade propensos a participar de uma campanha de limpeza de um rio local, um pesquisador encontrou que 36% se dispõem a trabalhar. De posse dessa informação e considerando a distribuição amostral da proporção, determine a probabilidade de que o pesquisador consiga no máximo 40% dos estudantes para participar da campanha, de um universo de 100 discentes.

21

## Despertando o(a) Engenheiro(a) Ambiental



## Estimativa por Intervalo

## Refletindo...

Como é possível estimar a verdadeira média populacional?

24

## Refletindo...

A estimativa por ponto, como vimos, especifica apenas um único valor para o estimador. Esse procedimento não permite julgar qual a possível magnitude do erro que estamos cometendo.

25

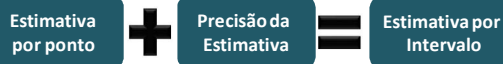
## Estimativa por Intervalo

Então, surge a ideia de construir os Intervalos de Confiança – IC, que são baseados na distribuição amostral do estimador pontual.

26

## Estimativa por Intervalo

Uma estimativa por intervalo consiste de duas partes:



27

## IC para $\mu$ com Amostras Grandes e $\sigma$ Conhecido

## IC amostras grandes e $\sigma$

Chamamos o valor  $\pm$  de margem de erro.

Assim:

$$\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \sigma_{\bar{x}}$$

$z_{\alpha/2}$  é o valor de z crítico com base no nível de confiança desejado.

29

## Nível de Significância

Essa probabilidade é conhecida como nível de significância ( $\alpha$ ).

A escolha de alfa é arbitrária, mas na prática, os valores usuais de alfa são

$\alpha = 0,01$  ou  $0,05$ .

30

## Construção do IC

Desta forma, um intervalo de confiança  
100.(1 -  $\alpha$ )% para  $\mu$  é dado por:

$$IC[(1 - \alpha)\%] = \left( \bar{x} - z_{\alpha/2} \sigma_{\bar{x}}; \bar{x} + z_{\alpha/2} \sigma_{\bar{x}} \right)$$

31

## Declaração de Precisão

Há uma probabilidade de  $1 - \alpha$  de que o valor  
de uma média amostral fornecerá um erro de  
amostragem de  $z_{\alpha/2} \sigma_{\bar{x}}$  ou menos.

32

## IC para $\mu$ com Amostras Grandes e $\sigma$ Desconhecido

## IC amostras grandes e $s$

No caso da grande amostra, se  $\sigma$  for desconhecido  
(o que ocorre na maioria dos casos) simplesmente  
usamos o valor do desvio padrão da amostra,  $s$ .

34

## IC amostras grandes e $s$

Assim, um intervalo de confiança 100(1 -  $\alpha$ )% para  $\mu$   
com  $n$  grande, é dado por:

$$IC[(1 - \alpha)\%] = \left( \bar{x} - z_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}}; \bar{x} + z_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}} \right)$$

35

## Situação-problema 5

Considere a problemática do estudo hipotético sobre a  
quantidade média anual de  $\text{NO}_2$  presente no ar de  
cidades brasileiras. Ao analisar uma amostra com 40  
elementos, o pesquisador obteve o seguinte resultado:  
N (98,4; 25,3) em  $\mu\text{g m}^{-3}$ . Com base nos dados da  
amostra, determine o intervalo de 95% de confiança  
para a média. Que considerações podem ser feitas a  
respeito do IC encontrado?

36

## Nota

Não é correto afirmar que  $\mu$  tem 95% de probabilidade de estar no intervalo calculado, porque  $\mu$  é um parâmetro.

Parâmetros não variam; logo, não pode haver uma distribuição de probabilidade para o parâmetro.

## Nota

Pode-se, porém, concluir que há uma probabilidade de 95% de que o intervalo obtido inclua a média populacional.

## Retomando o artigo

Itens essenciais em Bioestatística

PAES, A. T.

Intervalo de confiança

## Artigo para a aula do dia 26.08\*

Itens essenciais em Bioestatística

PAES, A. T.

Ler apenas sobre o tamanho da amostra.

\* A aula será às 8 h.

## Artigo para a aula do dia 26.08

Analysis regarding the size of the simple sample random: an application in the area of Information Science.

OLIVEIRA, E. F. T.; GRÁCIO, M. C. C.

## Lista 2

Disponível na página pessoal para o deleite de vocês ; )

## Situação-problema 6

Considere a problemática do estudo hipotético sobre a quantidade média de  $O_3$  presente no ar (S-P 3). Com base nos resultados do pesquisador, determine os intervalos de 90; 95 e 99% de confiança para a média. Que considerações podem ser feitas a respeito dos ICs encontrados?

43

## Referências

ANDERSON, D. R.; SWEENEY, D. J.; WILLIAMS, T. A. **Estatística aplicada à Administração e Economia**. 2. ed. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2003.

BARBETTA, P. A. **Estatística aplicada às Ciências Sociais**. 5. ed. Florianópolis: Ed. da UFSC, 2002.

BARBOSA, V. Quanto lixo os brasileiros geram por dia em cada estado. **Revista Exame**, São Paulo, 13 set. 2016. Disponível em: < <http://exame.abril.com.br/tecnologia/quanto-lixo-os-brasileiros-geram-por-dia-em-cada-estado/>>. Acesso em: 21 ago. 2017.

44

## Referências

BUSSAB, W.O.; MORRETIN, P.A. **Estatística Básica**. São Paulo: Saraiva, 2003.

CALLEGARI-JACQUES, S. **Bioestatística: princípios e aplicações**. São Paulo: ARTMED, 2003.

COSTA, S. F. **Introdução ilustrada à Estatística**. 4. ed. São Paulo: Harbra, 2005.

CRESPO, A. A. **Estatística fácil**. 17. ed. São Paulo: Saraiva, 1999.

45

## Referências

FREUND, J. E.; SIMON, G. A. **Estatística aplicada: Economia, Administração e Contabilidade**. 9. ed. Porto Alegre: Bookman, 2000.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2007.

MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C. **Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros**. 4. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009.

46

## Referências

RAMOS, C. F.; AGUIAR, R. G.; ALONSO, N. B.; JARDIM, O. A.; ANDRADE, V. S.; SANTOS, A. A. Uso de defensivos agrícolas em pastagem na região central de Rondônia no ano de 2013. In: Seminário de Iniciação Científica do IFRO, *Campus Colorado do Oeste*, 7., 2017, Colorado do Oeste. **Anais...** Colorado do Oeste: IFRO, 2017.

SPIEGEL, M. R. **Estatística: resumo da teoria, 975 problemas resolvidos, 619 problemas propostos**. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1975.

47

## Referências

TRIOLA, M. F. **Introdução à Estatística**. 10. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2008.

VIEIRA, S. **Análise de Variância (ANOVA)**. São Paulo: Atlas, 2006.

48