



UNIVERSIDADE FEDERAL DE RONDÔNIA
CAMPUS DE JI-PARANÁ
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA AMBIENTAL



Estatística II

Profa. Renata Gonçalves Aguiar

Teste para Médias: duas amostras independentes

Duas Amostras Independentes

O objetivo é comparar duas médias de populações independentes. Duas amostras são independentes se os valores amostrais de uma população não estão relacionados com os valores amostrais selecionados da outra população.

Duas Amostras Independentes

Quando se obtém aleatoriamente duas amostras de tais populações as médias amostrais podem diferir ao acaso mesmo que μ_1 e μ_2 sejam iguais.

A pergunta é: até que ponto considera-se a diferença observada como casual?

Construindo um Problema

Dois equipamentos estão sendo analisados para determinar como eles afetam o rendimento médio de um processo químico. Especificamente, o equipamento 1 está correntemente em uso, mas o 2 é aceitável. Uma vez que o equipamento 2 é mais barato, ele deve ser adotado, desde que ele não mude o rendimento do processo.

Situação-problema 18

Um teste é feito, resultando nos dados da Tabela 1.

Tabela 1 – Dados dos rendimentos dos equipamentos

Número da observação	Equipamento 1	Equipamento 2
1	91,50	89,19
2	94,18	90,95
3	92,18	90,46
4	95,39	93,21
5	91,79	97,19
6	89,07	97,04
7	94,72	91,07
8	89,21	92,75
	$\bar{x}_1 = 92,26$	$\bar{x}_2 = 92,73$
	$s_1 = 2,39$	$s_2 = 2,98$

Situação-problema 18

Há alguma diferença entre os rendimentos médios?
Considere que as populações têm distribuições normais e variâncias iguais.

O teste estatístico nesse caso, parte da hipótese de que as médias das duas populações são iguais.

7

Definindo as Hipóteses

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 \quad \Rightarrow \quad \mu_1 - \mu_2 = 0$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \quad \Rightarrow \quad \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

8

Identificando a Distribuição

A distribuição a ser usada para encontrar o valor crítico e calculado do teste dependerá do **tamanho da amostra**.

9

O Caso da Grande Amostra

Variâncias conhecidas

$$z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

10

O Caso da Grande Amostra

Variâncias desconhecidas

$$z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

11

O Caso da Pequena Amostra

Variâncias conhecidas

$$z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

12

O Caso da Pequena Amostra

Variâncias desconhecidas

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{s^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

$n_1 + n_2 - 2$ graus de liberdade

13

Agrupamento das Variâncias

Uma vez verificada que as variâncias são iguais podemos combinar os dados das duas amostras para fornecer a melhor estimativa simples da variância.

14

Agrupamento das Variâncias

O processo de combinar os resultados de duas amostras aleatórias simples independentes para fornecer uma estimativa de σ^2 é denominada agrupamento.

15

Agrupamento das Variâncias

O estimador de agrupamento de σ^2 , denotado por s^2 , é uma média ponderada das duas variâncias das amostras.

$$s^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

16

Nota

Muitos estatísticos consideram boa a prática de sempre **escolher o nível de significância antes** de fazer um teste de hipótese.

Pois podemos ser tentados a **ajustar o nível de significância** com base nos resultados.

17

Artigo para a aula de hoje

Trazer dados de um artigo que tenha utilizado teste de hipótese para comparação de duas médias.

Informar: autor, revista, ano, objetivo e o Qualis para Engenharia I.

18

Artigo

Autor: Oliver e Ribeiro

Revista: Estudos Avançados **Ano:** 2014

Objetivos: verificar possível correlação entre densidade de cianobactérias, como indicador de qualidade da água do Sistema Guarapiranga, e variáveis climáticas da Região Metropolitana de São Paulo; estudar tendências do clima urbano de São Paulo em décadas recentes; identificar possíveis impactos à saúde humana em decorrência dessas cianobactérias.

19

Artigo

Qualis: Engenharia I – B3
Ciências Ambientais – A2
Interdisciplinar – B1




FI: 0,14 em 2017 (base 2015 e 2016)

20

Lista 3

Encontra-se na página pessoal para o deleite de todos.



21

Aviso 1

Em virtude de participação em um congresso não teremos aula dia 26.09.

Aviso 2

Trazer os dados do Resumo Expandido para trabalhar na aula do dia 30.09, vai valer 50% da nota no laboratório.

Na impossibilidade de trazer dados do grupo, trazer dados similares.

Considerações sobre o Trabalho de Pesquisa

24

Apresentações

Apresentações dias 05 e 12.12.2017.

Entregar **três cópias impressas** (ou mesmo número de membros do grupo) do resumo expandido (RE) no dia **28.11.2017, até às 14 h.**

Também enviar por e-mail **até às 23 h 59 min 59** do mesmo dia (formato word).

25

Entrega dos REs

Os REs entregues ou enviados após esses prazos terão peso menor, de forma que os entregues e enviados até o dia 28.11.2017, às 14 h e às 23 h 59 min 59, respectivamente, serão pontuados de 0 a 100.

Após esses horários, o peso decairá 10 pontos de imediato e depois a cada dia.

26

Dinâmica das Apresentações

A exposição do trabalho não deverá exceder 10 minutos.



Fonte: papipi.com.br

27

Dinâmica das Apresentações

Cada revisor terá três minutos para comentários e a professora terá seis, exceto se a apresentação somada à arguição não ultrapassar 25 minutos.

28

Dinâmica das Apresentações

O parecer servirá como base para o revisor fazer a avaliação, não deve ser entregue para a professora.

29

Dinâmica das Apresentações

Todos devem disponibilizar as apresentações até às 13 h 45, o grupo que não fizer perderá 5 pontos.

Todos os membros dos grupos devem apresentar, caso não apresente perderá metade da nota.

30

Normas para Redação do RE


Normas do Resumo Expandido
Modelo
Parecer será disponibilizado até o dia 17.11

Profa. Renata Gonçalves Aguiar
Universidade Federal de Rondônia - UNIR — Departamento de Engenharia Ambiental - DEA



31

Importantíssimo



Um ano para publicar os resultados.

32

Dinâmica das Apresentações

Quadro 1 – Ordem de apresentação dos grupos

Ordem	Dia 05.12.2017	Dia 12.12.2017
1	Andressa, Giovanna, Patrick	Thiago, Daise, David
2	Bruna	Gustavo, Leone, Wesley
3	Maylla, Nelma, Josiel	Claudinei
4	Nayara, Carol	Dara, Rafaela, Guilherme
5	Lucas, Luiz, Joaquim	Caio, José Lucas, Wellington
6	Renan	

33

Pressupostos do Teste t

36

Pressupostos do Teste t

Para que o resultado de um teste t para amostras independentes seja válido, além de as amostras serem independentes e aleatórias, é necessário satisfazer mais duas pressuposições:

35

Pressupostos do Teste t

3. as variâncias populacionais são iguais;
4. x_1 e x_2 provêm de populações com distribuições normais ou os dois tamanhos amostrais são grandes.

36

Teste t

De modo geral, o teste t é bastante robusto. Pode ser usado até com desvios consideráveis da normalidade, desde que as amostras sejam iguais em tamanho (ou aproximadamente iguais), e o teste seja bilateral.

37

Teste t

Se as variáveis não apresentarem distribuição normal, pode-se tentar uma transformação nos dados.

38

Teste t

Dentre as mais comuns temos:

$$x' = x^2 \quad x' = (x)^{0,5}$$

$$x' = \ln(x) \quad x' = x^{-1}$$

39

Teste t

Outra solução é...

usar uma técnica **não-paramétrica** de análise estatística: o teste de Wilcoxon-Mann-Whitney.

40

Teste t

Esse teste é uma alternativa para o teste " t " para amostras independentes quando a amostra for pequena e/ou as pressuposições, exigidas pelo teste " t ", estiverem seriamente comprometidas.

41

Comparação entre Duas Variâncias

Comparações entre duas variâncias

Se a pressuposição de homocedasticidade (igualdade de variâncias) não for satisfeita, o nível de significância do teste se altera, e o pesquisador imagina estar realizando um teste com $\alpha = 0,05$, por exemplo, quando, na realidade, não está.

43

Comparações entre duas variâncias

Deve-se, portanto, testar a homogeneidade das variâncias antes de se realizar o teste t para amostras independentes.

44

Comparações entre duas variâncias

Como nos testes anteriores, é necessário estabelecer um limite a partir do qual a diferença entre s_1^2 e s_2^2 é grande demais para ser atribuída ao acaso, devendo ser atribuída a uma diferença real entre os parâmetros.

45

Comparações entre duas variâncias

Se as variâncias populacionais são iguais, então $\sigma_1^2/\sigma_2^2 = 1$

Teste F (Fisher)

Teste bilateral.

46

Comparações entre duas variâncias

Para facilitar o teste, convencionou-se colocar no numerador a variância maior, de modo que o valor de F_{cal} será sempre igual ou maior que 1.

47

Comparações entre duas variâncias

A estatística F é calculada, então, do seguinte modo:

$$F_{cal} = \frac{S_{maior}^2}{S_{menor}^2}$$

48

Comparações entre duas variâncias

O valor crítico de F depende do nível de significância (α) e do número de graus de liberdade ($n - 1$) de cada amostra, sendo indicado por

$$F_{\alpha; gl_N; gl_D}$$

gl_N significa graus de liberdade da variância do numerador e gl_D , o mesmo para o denominador.

49

Comparações entre duas variâncias

O teste t realizado para os dados da S-P 18 deveria ter sido precedido por um teste de homocedasticidade para justificar sua aplicação.

Antes tarde do que nunca. Mãos à obra!

50

Situação-problema 19

Faça um teste de homocedasticidade com os dados da S-P 18 e comente o resultado.

51

Referências

ANDERSON, D. R.; SWEENEY, D. J.; WILLIAMS, T. A. **Estatística aplicada à Administração e Economia**. 2. ed. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2003.

BARBETTA, P. A. **Estatística aplicada às Ciências Sociais**. 5. ed. Florianópolis: Ed. da UFSC, 2002.

BUSSAB, W.O.; MORRETIN, P.A. **Estatística Básica**. São Paulo: Saraiva, 2003.

CALLEGARI-JACQUES, S. **Bioestatística: princípios e aplicações**. São Paulo: ARTMED, 2003.

52

Referências

COSTA, S. F. **Introdução ilustrada à Estatística**. 4. ed. São Paulo: Harbra, 2005.

CRESPO, A. A. **Estatística fácil**. 17. ed. São Paulo: Saraiva, 1999.

FREUND, J. E.; SIMON, G. A. **Estatística aplicada: Economia, Administração e Contabilidade**. 9. ed. Porto Alegre: Bookman, 2000.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2007.

53

Referências

MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C. **Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros**. 4. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009.

OLIVER, S. L.; RIBEIRO, H. Variabilidade climática e qualidade da água do Reservatório Guarapiranga. **Estudos Avançados** [online], São Paulo, v. 28, n. 82, p. 95-128, oct./dec. 2014.

SPIEGEL, M. R. **Estatística: resumo da teoria, 975 problemas resolvidos, 619 problemas propostos**. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1975.

54

Referências

TRIOLA, M. F. **Introdução à Estatística**. 10. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2008.

VIEIRA, S. **Análise de Variância (ANOVA)**. São Paulo: Atlas, 2006.

55